

# INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA VISCOSITE AVEC LA TEMPERATURE SUR LE FROTTEMENT AVEC TRANSFERT DE CHALEUR EN REGIME TURBULENT ETABLI\*

J. LAFAY

Département de Transfert et de Conversion d'Energie, Service des Transferts Thermiques,  
Centre d'Études Nucléaires de Grenoble, BP 85-38041 Grenoble, Cedex, France

(Reçu le 12 avril 1973)

**Résumé**—Nous effectuons une analyse détaillée des connaissances empiriques acquises concernant l'influence de la variation des propriétés physiques d'un fluide monophasique en écoulement turbulent sur le transfert de quantité de mouvement. Après avoir constaté l'insuffisance des corrélations existantes et exposé les raisons de leur diversité, nous présentons une étude expérimentale sur la mesure du coefficient de frottement d'un écoulement d'eau en régime turbulent établi, à l'intérieur d'un tube lisse dégageant une puissance thermique uniforme.

Dans le but essentiel de relier l'influence de la variation de la viscosité avec la température à la traversée de la sous-couche visqueuse avec le flux de chaleur imposé à la paroi, les nombres de Prandtl et de Reynolds sont maintenus constants dans une section de mesure située à  $52D$  de l'entrée du canal.

Cette méthode opérationnelle rigoureuse conduit à exprimer l'évolution du rapport des coefficients de frottement  $f_H/f_{iso}$  en fonction d'une variable principale, caractéristique de l'influence du flux:

$$X = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,17},$$

et du nombre de Reynolds. La dispersion des points expérimentaux par rapport aux valeurs calculées en utilisant la corrélation proposée est faible: elle est définie par l'écart type  $\sigma = \pm 0,7\%$ , 98% des points étant contenus dans l'intervalle  $2\sigma = \pm 1,4\%$ . Une comparaison satisfaisante entre valeurs calculées et valeurs mesurées est réalisée à partir des données expérimentales fournies par quelques auteurs.

## NOMENCLATURE

$C$ ,	coefficient numérique dans la relation (2);	$T$ ,	température;
$C_p$ ,	chaleur massique du fluide (à pression constante) [J/g °C];	$U$ ,	potentiel électrique;
$D$ ,	diamètre du tube;	$\frac{dU}{dz}$ ,	gradient de potentiel;
$f$ ,	coefficient de frottement;	$W$ ,	puissance électrique;
$G$ ,	vitesse massique;	$X$ ,	fonction du rapport des viscosités;
$g$ ,	accélération de la pesanteur;	$z$ ,	abscisse variable comptée à partir de l'entrée chauffante du canal.
$h$ ,	coefficient d'échange thermique [W/cm <sup>2</sup> °C];	Symboles grecs	
$\Delta h$ ,	différence entre deux niveaux manométriques;	$\gamma$ ,	coefficient de variation de la viscosité avec la température;
$I$ ,	intensité du courant électrique;	$\lambda$ ,	conductibilité thermique de la paroi;
$K$ ,	fonction;	$\mu$ ,	viscosité dynamique du fluide;
$k$ ,	conductibilité thermique du fluide [W/cm °C];	$\rho_0$ ,	densité de l'eau à 20°C;
$M$ ,	débit massique;	$\rho_L$ ,	densité du liquide manométrique;
$m$ ,	exposant du rapport des viscosités dans la relation (4);	$\sigma$ ,	écart type;
$n$ ,	exposant du rapport des viscosités dans la relation (1);	$\phi$ ,	flux thermique superficiel;
$P$ ,	pression statique;	$\epsilon$ ,	conductibilité électrique de la paroi.
$r$ ,	rayon variable;	Indices	
		$a$ ,	accélération;
		$b$ ,	valeur prise à la température moyenne dans la section de mesure;

\*The English translation of this paper is available on request at the author's laboratory.

C.P.,	propriétés physiques constantes;
el,	élévation;
F,	valeur prise à la température de film dans la section de mesure;
f,	frottement;
H,	avec transfert de chaleur;
iso,	isotherme;
p,	condition à la température de paroi interne;
p.s.,	condition à la température de paroi externe;
t,	total.

Nombre adimensionnel

$Nu$ ,	nombre de Nusselt, $\frac{hD}{k_b}$ ;
$Pr$ ,	nombre de Prandtl, $\frac{C_p \mu_b}{k_b}$ ;
$Re$ ,	nombre de Reynolds, $\frac{GD}{\mu_b}$ .

### INTRODUCTION

DEPUIS de nombreuses années, des études théoriques et expérimentales sont entreprises pour connaître les lois qui régissent le frottement et les échanges de chaleur d'un fluide en simple phase s'écoulant à l'intérieur d'un conduit soumis à un dégagement de chaleur uniforme.

Plusieurs méthodes analytiques et numériques ont été proposées pour résoudre ce problème dans le cas de l'écoulement turbulent et laminaire d'un fluide incompressible ou compressible, les propriétés physiques étant supposées constantes dans toute la section. Les solutions obtenues notamment par R. G. Deissler [1], B. S. Petukhov et V. N. Popov [2] traduisent avec une bonne approximation les mesures effectuées dans le cas où les écarts de température entre la paroi et le fluide restent relativement faibles, les propriétés physiques étant évaluées à la température moyenne du fluide dans la section.

Cependant, les performances toujours plus élevées demandées aux échangeurs thermiques à flux imposé, que nous rencontrons dans les réacteurs nucléaires ou les dispositifs du génie chimique, entraînent un accroissement des gradients de température entre la paroi et le réfrigérant qui ne peuvent être pris en compte par les relations analytiques des auteurs ci-dessus : celles-ci conduisent à des erreurs importantes en surestimant les pertes de pression par frottement et en sous-estimant le transfert de chaleur. Dans ce cas, il est nécessaire de tenir compte de la variation des propriétés physiques du fluide avec la température.

Les nouvelles analyses théoriques entreprises dans ce but font apparaître des difficultés de résolution à

la fois d'ordre mathématique et physique; elles résultent pour les premières, du couplage et de la non-linéarité des équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, et pour les secondes, de la forme analytique à donner à l'expression de la diffusivité turbulente assez peu confrontée avec l'expérience jusqu'à ce jour. C'est pourquoi durant ces quinze dernières années, les études expérimentales ont été largement développées dans le but de vérifier les solutions analytiques proposées. De telles expériences sont cependant délicates: l'évaluation de l'influence de la variation des propriétés physiques avec la température nécessite non seulement une attention constante sur la qualité des mesures, mais aussi l'application de méthodes opérationnelles particulières que peu d'auteurs ont observées. La critique des connaissances empiriques acquises dans ce domaine nous apporte la certitude de l'insuffisance des corrélations existantes actuellement et l'obligation de préciser certaines influences paramétriques.

C'est dans ce but que nous avons abordé cette étude en cherchant d'abord à comprendre les origines de la diversité et parfois de l'incohérence des résultats, puis en réalisant une série de mesures montrant l'influence essentielle de la viscosité de l'eau sur le coefficient de frottement avec transfert de chaleur dans le cas d'un écoulement turbulent en canal circulaire.

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES RESULTATS EMPIRIQUES

Les relations empiriques proposées traduisent la variation du coefficient de perte de pression par frottement d'un écoulement avec transfert de chaleur  $f_H$ , rapporté à celui de l'écoulement isotherme  $f_{iso}$ , se référant aux mêmes nombres de Reynolds évalués à la température moyenne du liquide. Les variables qui caractérisent l'influence de la variation des propriétés physiques du fluide avec la température se présentent :

—le plus souvent sous une forme adimensionnelle constituée par le rapport des viscosités dynamiques du fluide évaluées à la température de paroi et à la température moyenne du liquide:

$$\frac{\mu_p}{\mu_b}$$

—quelquefois sous la forme de l'écart de température paroi-fluide:

$$\Delta T_p = T_p - T_b.$$

Les lois correspondantes s'écrivent alors:

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \left( \frac{\mu_p}{\mu_b} \right)^n \quad (1)$$

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = 1 - c \Delta T_p. \quad (2)$$

$n$  et  $c$  étant des valeurs empiriques le plus souvent représentées par une constante. Le tableau ci-dessous indique les valeurs de l'exposant  $n$  que nous rencontrons dans le cas d'un liquide:

Auteurs	Kreith et Summerfeld [3] Sieder et Tate [4] Petukhov et Muchnik [5]	Eagle et Fergusson [6] Costa [7]	Dormer et Bergles [8]	Owens et Schrock [9]	Rohsenow et Clark [10]
$n$	0,13-0,14	0,25	0,35	0,40	0,60

Certains expérimentateurs ont cherché à introduire avec la viscosité, l'influence des autres propriétés physiques du fluide tel que la masse volumique [11, 12] ou la chaleur massique et la conductibilité thermique [13, 14]. Si la prise en compte de telles grandeurs apporte un regroupement sensible des points expérimentaux dans le cas d'un gaz, en ce qui concerne l'eau, comme on se limite en général à des conditions éloignées de l'état critique, l'influence de la variation de ces grandeurs avec la température est très faible devant celle de la viscosité et n'apporte qu'une amélioration du second ordre sur la précision des corrélations. A titre indicatif, lorsque la température de l'eau croît de 25 à 90°C, on voit que la chaleur massique  $C_p$  varie de 1,9 pour cent, la conductibilité thermique  $k$  croît de 11,5 pour cent et la viscosité dynamique  $\mu$  décroît de 65 pour cent.

Une autre relation empirique un peu différente des relations (1) et (2) a été présentée récemment par B. S. Petukhov [15] à partir des résultats de mesure de R. W. Allen [16] et valables dans la gamme  $Re = 1,3 \cdot 10^4 - 11 \cdot 10^4$ ;  $Pr = 8$ :

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \frac{1}{6} \left[ 7 - \frac{1}{\mu_p / \mu_b} \right].$$

Cette corrélation très simple est particulièrement intéressante puisque sa représentation hyperbolique traduit l'effet de courbure que l'on remarque dans l'évolution des résultats expérimentaux. Néanmoins, comme nous le verrons au chapitre suivant, cette courbure n'est pas constante mais fonction du nombre de Reynolds ainsi que du rapport des viscosités. L'auteur conclut en déplorant l'absence de mesures systématiques et précises qui permettraient de prendre en considération de telles influences.

Une méthode a été proposée pour calculer le coefficient de frottement avec échange thermique à la paroi: elle consiste à utiliser les mêmes lois que celles qui caractérisent le frottement d'un écoulement adiabati-

que et à évaluer les propriétés physiques à une température de référence telle que:

$$T = a(T_p - T_b) + T_b$$

$a$  est une constante dont la valeur diffère selon les auteurs: A. Eagle et R. M. Fergusson [6] qui ont été les premiers à utiliser cette méthode prennent  $a = 1$  et par conséquent  $T = T_p$ . Le choix est identique pour C. Bord [17] en ce qui concerne le transfert de chaleur. A. P. Colburn [18] définit une température de film avec  $a = 0,5$ , tandis que d'autres auteurs utilisant d'autres fluides trouvent des valeurs optimum de  $a$  encore différentes:  $a = 0,4$  pour R. G. Deissler et C. S. Eian [19] avec de l'air. Si on considère alors la relation classique de Blasius pour prédire le coefficient de frottement isotherme:

$$f_{iso} = 0,079 Re^{-0,25}$$

la méthode précédemment énoncée conduit à la relation:

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \left( \frac{\mu(T)}{\mu_b} \right)^{0,25}$$

Des mesures précises effectuées dans de bonnes conditions expérimentales telles que celles présentées par R. W. Allen [16] ont permis de constater que lorsque la viscosité est évaluée en fonction des conditions thermiques régnant à la paroi,

$$\mu(T) = \mu_p$$

cette expression conduit à une solution la plus représentative bien que restant toujours très approximative.

Ainsi, d'une manière générale, l'analyse des études expérimentales révèle que la plupart des relations empiriques proposées sont des lois très approchées, souvent valables dans un domaine trop restreint. Elles entraînent une dispersion importante sur les coefficients de frottement calculés et des écarts sensibles subsistent d'un auteur à l'autre pour un domaine expérimental

souvent commun. Les raisons essentielles de ces divergences concernent à la fois :

- le choix d'une forme corrélative et du paramètre principal capable de prendre en compte la variation non linéaire de la viscosité du fluide soumis à un gradient de température important près de la paroi;
- les méthodes expérimentales utilisées pour effectuer les mesures;
- enfin la qualité des mesures.

En ce qui concerne le premier point, il est particulièrement évident qu'une relation du type (2) de par sa forme constitutive, semble beaucoup moins adaptée à traduire l'évolution du coefficient de frottement qu'une relation du type (1), ne tenant pas compte du niveau de température ni de l'influence de la variation des propriétés physiques du fluide. Mais, nous pouvons ajouter que cette influence sur le coefficient de frottement ne peut être prise en compte d'une façon satisfaisante par une simple loi de puissance ( $n$  constant) dès que la gamme des paramètres comme le nombre de Reynolds ou l'écart de température paroi-fluide s'élargit. Enfin, certaines influences paramétriques en apparence contradictoires pourraient être mieux expliquées par la connaissance d'une fonction traduisant d'une manière réaliste la décroissance non linéaire de la viscosité avec la température que le simple rapport formé par les valeurs extrêmes

$$\frac{\mu_p}{\mu_b}$$

Quant aux méthodes expérimentales généralement utilisées, elles ne permettent pas de rechercher d'une manière précise, les paramètres réels qui caractérisent le frottement et de déterminer quantitativement leurs influences. Ainsi, dans la majorité des études, on remarque les points communs suivants :

Le rapport des viscosités et les paramètres adimensionnels susceptibles d'intervenir a priori dans les corrélations cherchées, tels que le nombre de Reynolds et éventuellement, le nombre de Prandtl ne sont pas, le plus souvent expérimentalement entièrement indépendants : le domaine qu'elles délimitent par leurs valeurs extrêmes n'est pas exploré uniformément.

Par ailleurs, dans ce domaine, chaque paramètre prend des valeurs quelconques rarement voisines d'un essai à l'autre, rendant l'étude directe de leur influence difficile et imprécise.

Enfin, le dernier point mettant en cause la qualité des mesures concerne certaines erreurs systématiques comme celles introduites par les phénomènes d'établissement du régime hydrodynamique et thermique. Une des difficultés principales réside en effet dans le choix

d'une section de mesure qui doit se situer en dehors de la zone du développement du profil des vitesses et des températures. Certes, pour une paroi dégageant un flux de chaleur uniforme, ces profils qui réagissent l'un sur l'autre simultanément ne peuvent atteindre un équilibre rigoureusement stable; cependant, il convient de s'affranchir avant tout des phénomènes hydrodynamiques d'entrée qui sont de loin les plus importants. Il semble, en effet, que la diversité des conditions dans lesquelles les pertes de pression sont mesurées — tantôt localement entre deux prises de pression voisines ou à partir de la ligne piézométrique du canal [8, 9, 11], tantôt globalement entre les extrémités de la longueur chauffante distantes de  $30D$  [16],  $45D$  [20],  $40$  et  $80D$  [21] — n'affecte pas la qualité de la mesure à condition que le tronçon de canal se trouve en dehors de la zone d'établissement de régime. Mais cette condition n'est pas toujours entièrement respectée; les résultats de T. Dormer et A. E. Bergles [8] sont caractéristiques à cet égard et montrent que l'exposant  $n$  de la relation (1) varie de 0.52 à 0.17 lorsque l'abscisse réduite  $z/D$  de la section de mesure comptée à partir de l'entrée varie de 6 à 49.

En définitif, cette analyse fait apparaître la plupart des imperfections que nous rencontrons dans les différentes études, constituant ainsi une source d'incohérence dans la comparaison des résultats. Il n'est pas surprenant alors de constater que l'exposant  $n$  ait été évalué pendant longtemps à une constante indépendante des conditions dynamiques et thermiques de l'écoulement faute de ne pouvoir trouver au milieu de cette dispersion, un paramètre physique significatif.

Toutes ces solutions approximatives nous montrent les difficultés à rechercher, sans méthode expérimentale particulière, les influences réelles que quelques auteurs seulement ont su détecter et estimer. J. Costa [7] en choisissant comme valeur moyenne représentative de ses mesures  $n = 0,25$  constate que cet exposant devrait diminuer lorsque le rapport des viscosités tend vers 1. G. W. Maurer et B. W. Letourneau [11] trouvent à partir d'une analyse statistique des résultats numériques une influence du nombre de Reynolds et l'exprime par la relation :

$$n = 10 f_{iso} \text{ applicable dans l'intervalle } Re(4 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5).$$

Plus récemment, les mesures effectuées par R. Ricque et R. Siboul [21] sur des tubes de petits diamètres (2 et 4 mm) confirme cette influence par une loi empirique de la forme :

$$n = 0,182 + \frac{8000}{Re + 18000}$$

établie pour une gamme de Reynolds allant de  $1,5 \cdot 10^4$  à  $11 \cdot 10^4$ , la dispersion expérimentale maximum par

rapport aux valeurs calculées étant de  $\pm 8$  pour cent.

Malgré la contribution incontestable qu'apporte toutes ces études, on remarque presque toujours que les méthodes expérimentales employées ne permettent pas d'isoler et de définir sans ambiguïté l'influence de la variation de la viscosité de l'eau avec la température sur le coefficient de frottement.

Quelques expérimentateurs [16, 20, 22] ont cependant cherché à atteindre ce but en appliquant une méthode opérationnelle rigoureuse. Celle-ci consiste à maintenir constant dans une section déterminée du canal, les nombres de Reynolds et de Prandtl pendant que le flux thermique à la paroi est le seul paramètre variable d'un essai à l'autre. L'effet du gradient transversal de température est éliminé en extrapolant à flux nul l'évolution du coefficient de frottement ou du coefficient d'échange ainsi mesuré et présenté sous une forme adimensionnelle. On détermine par ce procédé, la valeur de chacune de ces grandeurs qui se rapportent à des propriétés physiques constantes évaluées à la température moyenne de l'eau dans la section. En conséquence, l'accroissement du coefficient d'échange ou la diminution du coefficient de frottement avec l'augmentation de flux, à Reynolds et à Prandtl constants, n'est dû qu'à l'influence de la variation des propriétés physiques avec la température. Les expériences de R. W. Allen [16] constituent un remarquable exemple d'application de cette méthode permettant de préciser l'influence de la viscosité et du nombre de Reynolds sur le coefficient de frottement et le transfert de chaleur lorsque  $Pr = 8$  et  $Re$  varie de  $1,3 \cdot 10^4$  à  $11 \cdot 10^4$ ; mais l'auteur ne propose aucune corrélation. Rappelons que J. A. Malina [22] et D. F. Dipprey [20] emploient la même méthode, le premier pour la détermination du coefficient d'échange thermique, le second se limitant à l'étude de l'influence des rugosités sur l'analogie transfert de chaleur—frottement à propriétés physiques constantes.

La présente étude sur le coefficient de frottement est une généralisation des mesures effectuées par R. W. Allen à un domaine expérimental le plus large possible. Elle cherche à satisfaire les trois objectifs suivants:

- Réaliser une série de mesures en séparant l'effet des nombres de Reynolds et de Prandtl afin d'isoler l'influence de la variation de la viscosité avec la température sur le coefficient de frottement.
- Déterminer une nouvelle fonction adimensionnelle caractéristique de la viscosité et capable de prendre en compte l'influence de cette variation.
- Etablir enfin une loi empirique donnant l'évolution du coefficient de frottement avec transfert de chaleur et estimer sa précision en recalculant les points expérimentaux de divers auteurs auxquels nous avons eu accès.

## DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### Boucle d'essais

Les essais ont été réalisés sur une boucle à eau équipée d'une pompe centrifuge multicellulaire de grande hauteur manométrique. Une pression de 5 bars est maintenue constante à l'extrémité aval de la longueur chauffante à l'aide d'un pressuriseur à tension de vapeur.

Deux échangeurs à faisceau tubulaire en épingle permettent d'obtenir, pour n'importe quelle valeur du débit primaire et de la puissance thermique du canal, une température minimum à l'entrée de la section d'essais de l'ordre de  $14^\circ\text{C}$ . Une préchauffe de 24 kW facilite l'ajustement de cette température à la valeur désirée.

De l'eau désionisée et préalablement dégazée au début de chaque série d'essais a été utilisée.

### Section d'essais

L'élément chauffant est un tube d'acier inoxydable calibré de nature NS-22S dont la métrologie effectuée dans une température ambiante de  $20^\circ\text{C}$  a donné les résultats suivants:

- longueur: 599 mm ( $\pm 0,25$  mm)
- diamètre intérieur: 6,09 mm ( $\pm 0,01$  mm)
- épaisseur moyenne de paroi sur la génératrice épaisse: 1,92 mm ( $\pm 0,02$  mm).

Ce tube comporte sur sa face externe:

- 10 prises de pression brasées et réparties entre l'entrée et la sortie du canal (Fig. 1); le diamètre de chaque trou pratiqué dans la paroi est de 0,5 mm sur 1,5 mm de longueur, le diamètre du minitube qui le prolonge étant de 2 mm.

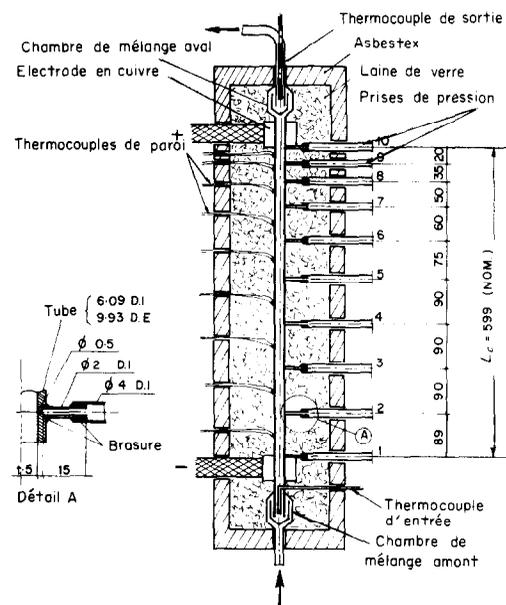


FIG. 1. Schéma de la section d'essai.

—des thermocouples du type chromel-alumel soudés sur la génératrice opposée aux prises de pression. L'ensemble du canal est enfermé dans une protection thermique constituée par une double enceinte d'asbestex et de laine de quartz, rendant négligeable les pertes calorifiques par convection et rayonnement comme l'ont montré les mesures d'étalonnage.

#### Instrumentation et mesure

Le débit est mesuré au moyen d'un moulinet du type Faure-Herman préalablement étalonné à basse température sur un banc hydraulique. Un fréquencemètre lui est associé pour caractériser la rotation des pales de l'hélice.

Les températures de mélange sont mesurées à l'aide de thermocouple chromel-alumel dont la soudure chaude est placée au fond d'un doigt de gant introduit dans l'axe de l'écoulement sur une longueur de 3 cm. Ces capteurs sont situés à la sortie du moulinet, à l'entrée de la section d'essais et à l'aval d'un mélangeur placé à la sortie du canal.

Les températures de paroi externe sont déduites de l'indication donnée en microvolt par l'équilibrage d'un pont de Wheastone, compte tenu des corrections d'étalonnage in situ évaluées en écoulement isotherme à des températures comprises entre 20 et 110°C, et des forces électromotrices parasites mesurées pour 4 tensions comprises entre 1 et 4 V conduisant à un facteur correctif propre à chaque thermocouple et supposé constant.

La puissance thermique recueillie par l'eau se compose de la puissance électrique dissipée par effet joule dans la paroi du canal et de l'énergie de dissipation turbulente, que l'on peut négliger dans le cas de l'eau, diminuée des pertes thermiques par conduction à travers le calorifuge et les cosses d'amenée de courant aux extrémités du canal. L'énergie totale perdue mesurée globalement ne dépasse pas 1 pour cent de la puissance dissipée dans les cas les plus défavorables.

La partie chauffante est alimentée en courant continu fourni par deux redresseurs d'une puissance de 120 kW chacun. Un régulateur compense les variations de tension du circuit primaire à  $\pm 0,5$  pour cent.

La mesure de la puissance électrique se ramène à la mesure de deux tensions: l'une aux extrémités du canal (U), l'autre aux bornes d'un shunt de classe  $\pm 0,5$  pour cent (I).

Les pertes de pression locales sont mesurées avec des manomètres différentiels multitubes; deux liquides manométriques ont été utilisés pour avoir dans tous les cas une précision satisfaisante sur la mesure des dénivellations:

- le mercure pour les débits élevés
- le tétrabromure d'acétylène pour les faibles débits.

La densité de ce dernier liquide évoluant au cours de son vieillissement, a été mesurée systématiquement par rapport à celle du mercure plus stable dans le temps et connue avec précision.

#### Précision des mesures

En définitive, l'instrumentation employée et les précautions qui ont été prises lors de la réalisation des mesures ont permis d'estimer la précision relative ou absolue selon les grandeurs aux valeurs suivantes:

Débit:	= $\pm 1$ pour cent
Puissance électrique:	= $\pm 0,5-0,8$ pour cent
Flux thermique:	= $\pm 1-1,5$ pour cent
Dénivellation manométrique:	= $\pm 0,5$ mm
Température de liquide:	= $\pm 0,2^\circ\text{C}$
Température de paroi sèche:	= $\pm 0,5^\circ\text{C}$ .

#### METHODE EXPERIMENTALE

Dans le but de rechercher l'effet de la variation de la viscosité avec la température sur l'évolution du coefficient de frottement ainsi que l'influence du nombre de Reynolds et éventuellement celle du nombre de Prandtl, nous avons fait varier discrètement le flux de chaleur en maintenant constant dans chaque série d'essais, les nombres de Reynolds et de Prandtl en un point donné du canal. Celui-ci a été choisi à une distance de  $52D$  à partir de l'entrée chauffante, ce qui représente une valeur suffisante pour s'affranchir au mieux de l'influence:

- des phénomènes d'établissement du régime hydrodynamique d'une part,
- de la conduction longitudinale qui se manifeste dans les zones terminales de la partie chauffante d'autre part.

Cette section de mesure est située au milieu du tronçon n° 4 délimité par les prises de pression 4 et 5 distantes de 9 cm, c'est-à-dire 15 fois le diamètre intérieur du tube, pour lequel le gradient de pression en écoulement isotherme se confond avec celui correspondant à la ligne piézométrique moyenne du canal.

Les paramètres descriptifs de chaque essai sont:

- le débit massique  $M$
- la température d'entrée  $T_E$
- la puissance thermique fournie à l'eau par unité de surface  $\phi$ .

Pour chaque couple de valeurs imposées ( $Re, Pr$ ) le débit et la température d'entrée sont précalculés en fonction du flux thermique; Le domaine de variation de ces grandeurs est indiqué sur le Tableau 1.

La conduite d'un essai se caractérise essentiellement par l'affichage précis de ces paramètres calculés et la recherche d'une bonne stabilisation thermique à maintenir durant toute la durée des mesures.

Tableau 1. Domaine de variation des paramètres

$Pr$ $Re \times 10^{-4}$	2		3		4		5		6	
	$\phi$ (W/cm <sup>2</sup> )	$G$ (g/s cm <sup>2</sup> )	$\phi$	$G$	$\phi$	$G$	$\phi$	$G$	$\phi$	$G$
2			50	155	50	200	30	244	30	286
			100		100		100		50	
4,5	50	239	50	348	100	450	50	550	50	647
	100		100		250		200		150	
8	100	424	50	618	100	803	50	980	50	1150
	200		450		400		330		200	
12			50	930	100	1200	100	1470	50	1729
			650		500		450		150	
16	100	850	100	1238	100	1605	100	1960	50	2300
	300		700		750		600		400	
20			100	1550	100	2008	150	2448		
			700		750		700			
25			200	1937						
			700							
30	50	1595	200	2324						
	600		700							

*Calcul de la température de paroi intérieure*

Connaissant par la mesure, la température de paroi extérieure et la puissance dégagée par unité de volume, on a obtenu la température de la face intérieure en calculant directement la chute de température dans l'épaisseur du métal. Pour cela, on a résolu par la méthode d'intégration de Runge-Kutta l'équation de diffusion de la chaleur écrite sous la forme différentielle suivante:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ \lambda_{(T)} r \frac{dT}{dr} \right] + \varepsilon(T) \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 = 0$$

dans laquelle:

- Les conductibilités thermique et électrique sont des fonctions de la température
- Le gradient de potentiel local  $dU/dz$  est tel que:

$$\frac{dU}{dz} = (U_1 - U_2) \frac{1/\varepsilon(T_{ps})}{\int_0^1 1/\varepsilon(T_{ps}) dz}$$

-Le flux local est donné par l'expression:

$$\phi(z) = \frac{dU}{dz} \frac{I}{\pi D}$$

Les conditions aux limites étant définies par:

$$r = r_e \quad T = T_{ps} \quad \left( \lambda(T) \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

On vérifie que pour  $r = r_i$  on retrouve le flux  $\phi$  imposé.

*Calcul du coefficient de frottement*

La perte de pression par frottement est donnée par l'expression générale:

$$\Delta P_f = \Delta P_t - \Delta P_{el} - \Delta P_{acc.}$$

dans laquelle les différents termes concernant le tronçon de mesure n°4 de longueur  $\Delta z = 9$  cm, exprimés en hauteur de colonne d'eau s'écrivent respectivement:

$$\Delta P_t = \Delta h(\rho_L - \rho_0) + \rho_0 \Delta z$$

$$\Delta P_{el} = \rho_T \Delta z$$

$$\Delta P_{acc.} = \frac{G^2}{\alpha g} \left[ \frac{1}{\rho(T_{z_3})} - \frac{1}{\rho(T_{z_4})} \right]$$

avec

$$\rho_T = \rho \left( \frac{T_{z_3} + T_{z_4}}{2} \right).$$

$\alpha$  est un coefficient qui tient compte de l'inégale répartition des vitesses dans la section; puisque l'écoulement est toujours turbulent, une approximation suffisante est obtenue en prenant:  $\alpha = 1$ .

Le coefficient de frottement est alors défini par la relation:

$$f = \pi^2 D^5 \frac{\rho_T g}{32 M^2} \left( \frac{\Delta P_f}{\Delta z} \right).$$

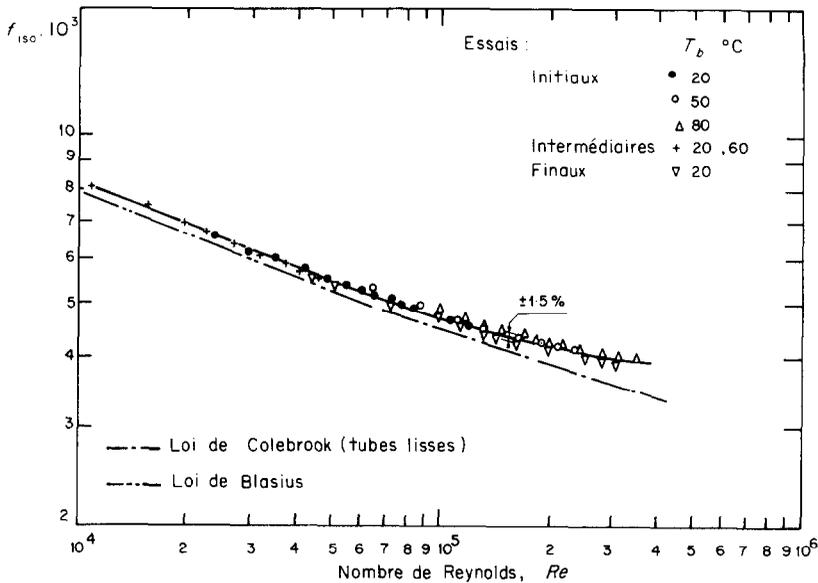


FIG. 2. Evolution du coefficient de frottement isotherme.

## RESULTATS

### Coefficient de frottement en écoulement isotherme $f_{iso}$

La mesure des pertes de pression en écoulement isotherme a été effectuée à différentes températures et répétée à des intervalles de temps réguliers pendant les essais avec transfert de chaleur. Elle a permis de connaître :

— D'une part, l'évolution du coefficient de frottement isotherme en fonction du nombre de Reynolds et de contrôler éventuellement sa variation dans le temps.

— D'autre part, la ligne piézométrique afin de comparer le gradient de pression moyen du canal avec le gradient local du tronçon de mesure.

En ce qui concerne l'évolution du coefficient de frottement, sa représentation (Fig. 2) est parallèle à celle des lois habituelles les plus connues concernant les tubes lisses c'est-à-dire :

— la loi de Blasius tant que le nombre de Reynolds est inférieur à  $8 \cdot 10^4$

$$f_{iso} = 0,079 Re^{-0,25}$$

— la loi de Colebrook pour des nombre de Reynolds supérieurs à cette valeur :

$$\frac{1}{f_{iso}^{0,5}} = 4 \log \frac{Re(4f_{iso})^{0,5}}{2,51}$$

Le décalage constaté entre la courbe expérimentale et ces relations est probablement lié à un effet de rugosité dont la valeur relative d'après le diagramme de Colebrook serait de l'ordre de  $1,5 \cdot 10^{-4}$ . L'absence de variation dans le temps du coefficient de frottement

isotherme nous permet d'utiliser directement cette courbe pour déterminer la valeur qu'il prendrait après extrapolation à flux nul des résultats avec transfert de chaleur.

En ce qui concerne la ligne piézométrique, on a constaté une évolution linéaire de celle-ci entre les prises de pression 3 et 8, les irrégularités étant inférieures à la précision des mesures. On remarque en particulier, que le gradient de pression du tronçon de mesure délimité par les prises 4 et 5 est pratiquement confondu avec le gradient défini par la ligne de pression moyenne : l'écart maximum correspondant à  $Re = 30 \cdot 10^4$  étant de 0,4 pour cent.

### Coefficient de frottement avec transfert de chaleur $f_H$

L'évolution du coefficient de frottement avec échange de chaleur à la paroi rapporté à celui obtenu en écoulement isotherme pour la même valeur du nombre de Reynolds évalué à la température moyenne de liquide,  $f_H/f_{iso}$ , a été étudié en fonction du rapport des viscosités :

— d'abord sous sa forme classique :

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \left( \frac{\mu_p}{\mu_b} \right)^n$$

— puis sous une forme nouvelle liée à la recherche d'une fonction de  $\mu_p/\mu_b$  capable de prendre en compte l'influence de la variation de la viscosité avec le gradient transversal de température.

Les principaux résultats numériques sont regroupés dans le Tableau 2.

Tableau 2. Résultats des mesures avec transfert de chaleur à  $z/D = 52$ 

$\phi$ (W/cm <sup>2</sup> )	$G$ (g/s.cm <sup>2</sup> )	$T_b$ °C	$T_p$ °C	$f_H \cdot 10^3$	$Re$	$Pr$	$\frac{\mu_p}{\mu_b}$	$X$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_E$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_C$
98,3	154,5	58,5	138,7	5,175	19666	3,04	0,427	1,551	0,750	0,750
49,6	154,2	58,3	102,8	6,210	19580	3,05	0,581	0,791	0,861	0,856
98,6	199,1	43,9	116,4	4,795	19944	3,97	0,404	1,719	0,715	0,729
49,0	200,1	43,3	83,4	5,757	19828	4,02	0,559	0,870	0,836	0,844
98,6	243,9	33,1	100,5	4,697	19872	5,01	0,382	1,904	0,701	0,707
49,1	243,8	32,9	70,7	5,722	19782	5,04	0,540	0,945	0,829	0,833
29,9	244,1	32,9	57,2	6,212	19791	5,04	0,653	0,572	0,901	0,891
49,3	286,7	25,9	61,8	5,685	19987	5,99	0,527	1,003	0,827	0,824
30,2	286,3	25,9	49,2	6,110	19924	6,00	0,636	0,618	0,889	0,884
98,6	239,8	87,2	139,5	4,875	44663	2,02	0,619	0,669	0,882	0,882
49,6	238,6	86,0	114,1	5,322	43820	2,05	0,752	0,346	0,946	0,933
197,5	347,9	59,0	142,1	4,32	44655	3,01	0,419	1,611	0,771	0,766
99,3	348,5	59,1	104,8	4,865	44729	3,01	0,575	0,810	0,869	0,862
49,8	347,7	59,0	83,5	5,212	44582	3,02	0,720	0,410	0,931	0,922
248,2	451,8	43,9	133,8	4,002	45240	3,97	0,349	2,230	0,718	0,707
198,3	450,7	44,0	119,0	4,200	45188	3,97	0,396	1,789	0,753	0,748
148,6	451,1	43,8	102,9	4,417	45141	3,97	0,458	1,351	0,792	0,794
99,3	449,4	43,7	85,7	4,760	44824	3,99	0,548	0,914	0,851	0,848
198,3	551,2	33,1	102,9	4,135	44924	5,01	0,373	1,985	0,740	0,729
98,8	550,7	33,3	72,3	4,700	45020	4,99	0,532	0,981	0,841	0,839
49,3	551,3	33,1	54,2	5,102	44830	5,02	0,686	0,488	0,913	0,909
148,4	552,4	33,3	88,3	4,355	45201	4,99	0,436	1,490	0,781	0,779
148,4	647,0	26,1	78,0	4,390	45279	5,96	0,423	1,577	0,778	0,770
99,6	646,6	26,1	63,3	4,672	45243	5,96	0,516	1,050	0,838	0,830
50,2	650,6	25,9	46,2	5,070	45307	5,99	0,668	0,532	0,909	0,903
198,2	424,6	87,2	152,0	4,302	79076	2,02	0,563	0,857	0,862	0,863
98,9	424,8	87,0	121,4	4,600	78947	2,03	0,716	0,419	0,928	0,923
397,2	609,8	59,3	161,5	3,887	78527	3,00	0,367	2,045	0,742	0,748
296,7	618,4	59,4	138,5	4,020	79794	3,00	0,432	1,516	0,791	0,793
197,3	618,8	59,5	115,2	4,220	79902	2,99	0,525	1,010	0,848	0,845
446,0	618,7	59,8	170,9	3,807	80347	2,98	0,348	2,242	0,734	0,735
344,9	618,8	59,5	149,3	3,792	79973	2,99	0,399	1,761	0,773	0,772
246,8	617,7	59,5	127,2	4,110	79773	2,99	0,476	1,249	0,826	0,819
100,1	618,8	59,5	80,0	4,522	79972	2,99	0,673	0,520	0,909	0,908
48,7	619,6	58,6	74,3	4,800	78996	3,04	0,806	0,250	0,962	0,951
247,5	802,6	44,0	105,4	3,920	80544	3,96	0,447	1,419	0,790	0,803
198,3	803,0	43,9	94,9	4,087	80396	3,97	0,495	1,150	0,824	0,830
98,2	802,9	43,7	71,3	4,462	80140	3,99	0,657	0,561	0,897	0,902
346,9	802,2	44,3	125,4	3,710	80906	3,94	0,378	1,941	0,749	0,758
396,8	803,7	44,3	134,7	3,620	81017	3,94	0,349	2,231	0,731	0,736
297,4	802,6	44,1	115,7	3,865	80735	3,95	0,408	1,690	0,775	0,778
148,2	801,6	43,8	83,5	4,272	80091	3,98	0,563	0,856	0,859	0,863
49,7	979,3	33,3	47,2	4,635	80008	5,00	0,772	0,309	0,932	0,941
248,1	977,2	33,7	91,1	3,900	80605	4,94	0,425	1,565	0,786	0,789
197,5	978,5	33,5	81,0	4,027	80281	4,97	0,477	1,243	0,812	0,820
148,3	981,8	33,3	71,5	4,227	80332	4,99	0,545	0,926	0,854	0,855
98,9	980,9	33,4	59,4	4,395	80265	4,99	0,639	0,610	0,885	0,895
297,9	977,4	33,6	100,2	3,757	80409	4,96	0,386	1,870	0,757	0,763
328,9	978,5	33,6	105,8	3,680	80532	4,96	0,366	2,055	0,741	0,749
190,3	1152,8	26,2	69,7	4,102	80804	5,95	0,472	1,271	0,829	0,817
147,9	1149,6	26,1	61,3	4,210	80374	5,97	0,530	0,988	0,848	0,848
99,8	1149,4	26,1	51,0	4,452	80370	5,97	0,620	0,665	0,898	0,888
49,4	1150,0	25,9	39,2	4,627	80164	5,99	0,762	0,327	0,931	0,938
495,7	1200,6	41,2	125,8	3,435	114545	4,19	0,356	2,155	0,763	0,763
386,6	1202,4	41,8	112,0	3,567	115969	4,19	0,403	1,727	0,793	0,792
297,8	1200,7	42,2	97,4	3,735	116610	4,11	0,468	1,295	0,830	0,827
199,1	1205,4	42,7	81,5	3,890	118143	4,07	0,565	0,849	0,867	0,871
98,4	1199,8	43,1	63,7	4,187	118365	4,04	0,722	0,407	0,934	0,927
600,9	923,3	60,2	169,0	3,520	120533	2,96	0,354	2,177	0,767	0,765
447,9	927,3	59,9	144,8	3,682	120458	2,97	0,414	1,644	0,803	0,800

Tableau 2.—*continued*

$\phi$ (W/cm <sup>2</sup> )	$G$ (g/s.cm <sup>2</sup> )	$T_b$ °C	$T_p$ °C	$f_H \cdot 10^3$	$Re$	$Pr$	$\frac{\mu_p}{\mu_b}$	$X$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_E$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_C$
296,7	929,5	59,5	119,3	3,892	120106	2,99	0,508	1,087	0,848	0,847
545,3	930,5	60,0	159,9	3,582	121153	2,97	0,375	1,969	0,783	0,778
497,0	929,1	60,1	152,5	3,605	121151	2,96	0,392	1,819	0,788	0,788
346,1	928,7	59,7	128,0	3,815	120368	2,98	0,474	1,260	0,831	0,831
198,9	927,8	59,5	101,6	4,027	119792	2,99	0,597	0,737	0,878	0,884
99,3	930,4	59,7	82,0	4,240	120538	2,98	0,742	0,366	0,924	0,933
40,4	929,0	59,4	70,9	4,432	119862	3,00	0,851	0,180	0,966	0,964
643,6	928,9	59,9	174,7	3,500	120690	2,97	0,340	2,332	0,765	0,756
99,3	1470,9	33,4	52,8	4,210	120492	4,98	0,705	0,444	0,917	0,922
446,6	1470,7	33,8	104,7	3,540	121410	4,94	0,371	2,007	0,774	0,776
396,4	1469,0	33,7	98,2	3,652	120975	4,95	0,394	1,802	0,798	0,789
347,6	1470,2	33,8	91,6	3,720	121384	4,94	0,423	1,579	0,813	0,805
248,1	1469,7	33,5	77,3	3,880	120690	4,97	0,501	1,120	0,848	0,844
197,8	1470,4	33,4	69,5	3,987	120553	4,98	0,554	0,890	0,869	0,867
296,5	1468,6	33,7	84,5	3,772	121008	4,95	0,459	1,345	0,825	0,824
147,9	1470,3	33,4	61,3	4,070	120531	4,98	0,622	0,659	0,887	0,893
148,9	1718,1	26,2	52,9	4,010	120463	5,95	0,603	0,716	0,898	0,886
99,8	1729,8	26,2	44,8	4,135	121139	5,96	0,690	0,479	0,927	0,917
49,4	1729,9	25,9	35,7	4,305	120539	5,99	0,814	0,237	0,964	0,954
297,7	852,2	87,6	143,9	3,817	159380	2,01	0,599	0,729	0,888	0,890
198,4	850,8	87,4	126,4	4,015	158848	2,02	0,691	0,476	0,921	0,920
97,7	850,6	87,2	107,2	4,230	158348	2,02	0,805	0,251	0,950	0,953
596,7	1241,1	60,0	148,8	3,522	161526	2,97	0,403	1,729	0,810	0,811
396,5	1238,7	60,4	133,1	3,702	162129	2,95	0,498	1,135	0,849	0,852
695,6	1238,9	60,0	161,0	3,450	161232	2,97	0,372	1,997	0,791	0,796
496,3	1238,8	59,9	136,1	3,620	161106	2,97	0,4441	1,438	0,830	0,829
297,8	1238,8	59,8	108,8	3,790	160769	2,98	0,558	0,875	0,869	0,875
198,0	1238,0	59,6	93,6	3,922	160188	2,99	0,647	0,588	0,899	0,906
98,3	1236,1	59,9	77,8	4,127	160709	2,97	0,786	0,284	0,946	0,948
646,2	1239,5	60,4	155,2	3,397	162334	2,95	0,387	1,861	0,800	0,804
496,2	1605,4	44,4	113,3	3,570	162140	3,93	0,418	1,615	0,818	0,818
396,4	1604,6	44,1	101,3	3,682	161286	3,95	0,466	1,305	0,845	0,839
98,6	1603,4	43,8	60,3	4,122	160254	3,98	0,767	0,318	0,945	0,942
197,9	1605,6	43,8	75,1	3,947	160632	3,97	0,626	0,647	0,906	0,899
695,3	1605,1	44,5	135,3	3,422	162581	3,92	0,349	2,231	0,786	0,785
747,5	1606,4	44,6	140,7	3,355	162900	3,92	0,334	2,403	0,770	0,777
595,6	1604,7	44,4	124,5	3,450	162307	3,93	0,381	1,914	0,792	0,801
545,2	1606,4	44,4	118,8	3,520	162385	3,93	0,399	1,761	0,808	0,809
297,2	1605,1	44,1	88,8	3,777	161460	3,95	0,531	0,984	0,867	0,865
247,3	1605,0	43,9	82,0	3,792	160723	3,97	0,574	0,816	0,887	0,881
347,0	1605,4	44,4	95,4	3,642	162219	3,93	0,497	1,140	0,855	0,852
99,5	1956,8	33,4	49,2	4,057	160273	4,98	0,747	0,356	0,930	0,937
546,4	1958,0	33,8	103,1	3,452	161766	4,93	0,377	1,951	0,792	0,799
496,7	1959,2	33,9	98,0	3,510	162034	4,93	0,396	1,785	0,805	0,808
447,2	1961,5	33,8	92,6	3,555	161951	4,94	0,419	1,608	0,817	0,818
347,0	1958,1	33,7	81,4	3,665	161236	4,95	0,476	1,249	0,850	0,843
197,8	1960,1	33,5	62,8	3,872	160904	4,97	0,608	0,702	0,887	0,893
596,6	1956,5	34,0	108,4	3,417	162288	4,91	0,359	2,125	0,785	0,790
296,9	1960,3	33,6	75,4	3,707	161259	4,96	0,514	1,059	0,857	0,858
397,7	1959,6	33,8	87,2	3,605	161693	4,94	0,445	1,431	0,828	0,830
148,2	1958,7	33,5	56,2	3,975	160655	4,97	0,670	0,527	0,911	0,913
394,0	2300,4	26,4	76,5	3,627	161864	5,92	0,434	1,503	0,833	0,825
296,8	2298,6	26,2	66,0	3,727	161297	5,94	0,499	1,130	0,856	0,852
198,3	2301,9	26,2	54,2	3,870	161304	5,95	0,592	0,753	0,889	0,887
99,0	2300,1	26,0	41,1	4,052	160683	5,97	0,736	0,378	0,929	0,933
49,2	2298,4	26,0	33,8	4,145	160336	5,98	0,847	0,186	0,960	0,964
347,6	2299,3	26,3	71,6	3,637	161499	5,94	0,461	1,334	0,844	0,837
148,6	2300,5	26,0	47,8	3,930	160691	5,97	0,653	0,571	0,902	0,908
248,0	2301,5	26,2	60,3	3,747	161421	5,94	0,540	0,946	0,869	0,868
695,1	1549,6	60,0	146,9	3,455	201665	2,97	0,408	1,690	0,820	0,828

Tableau 2—continued

$\phi$ (W/cm <sup>2</sup> )	$G$ (g/s.cm <sup>2</sup> )	$T_b$ °C	$T_p$ °C	$f_H \cdot 10^3$	$Re$	$Pr$	$\frac{\mu_p}{\mu_b}$	$X$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_E$	$\left(\frac{f_H}{f_{iso}}\right)_C$
494,5	1547,4	60,1	125,2	3,577	201616	2,96	0,488	1,185	0,849	0,858
597,0	1548,1	60,0	136,5	3,510	201610	2,97	0,443	1,444	0,833	0,841
398,6	1550,5	59,9	114,0	3,665	201569	2,97	0,534	0,971	0,864	0,873
298,4	1548,7	59,9	101,8	3,740	201227	2,97	0,600	0,727	0,888	0,895
197,3	1548,0	59,7	88,6	3,872	200833	2,98	0,686	0,488	0,917	0,921
98,9	1551,4	59,6	74,7	4,020	200696	2,99	0,813	0,238	0,951	0,956
646,4	1549,9	60,3	142,0	3,410	202555	2,95	0,426	1,558	0,830	0,835
745,8	2008,0	44,5	127,6	3,280	203417	3,92	0,372	1,997	0,810	0,814
596,6	2003,0	44,3	113,5	3,412	202002	3,94	0,416	1,630	0,825	0,831
397,1	2011,6	44,0	93,1	3,592	201779	3,96	0,507	1,092	0,856	0,864
298,1	2013,8	44,0	82,2	3,685	201944	3,96	0,573	0,819	0,878	0,886
197,8	2009,9	43,8	70,4	3,812	200818	3,98	0,666	0,538	0,908	0,915
99,9	2011,0	43,6	57,8	3,950	200389	3,99	0,794	0,269	0,951	0,951
148,6	2451,2	33,4	52,8	3,887	200914	4,98	0,706	0,442	0,923	0,927
646,0	2445,1	34,0	102,7	3,350	202615	4,92	0,380	1,923	0,813	0,817
596,4	2447,2	33,8	98,2	3,382	202107	4,94	0,395	1,794	0,815	0,823
544,7	2448,3	33,8	93,5	3,435	202165	4,94	0,414	1,644	0,823	0,830
447,7	2449,0	33,7	84,6	3,530	201915	4,95	0,458	1,351	0,840	0,847
247,9	2445,9	33,5	64,2	3,755	200947	4,97	0,598	0,734	0,892	0,894
695,5	2447,6	33,9	106,8	3,335	202634	4,92	0,364	2,075	0,807	0,811
347,3	2449,9	33,6	74,7	3,630	201618	4,96	0,519	1,036	0,861	0,868
396,7	2450,5	33,7	79,6	3,577	201783	4,95	0,487	1,190	0,850	0,857
496,2	2445,4	33,8	89,2	3,487	201781	4,94	0,435	1,496	0,828	0,838
696,4	1936,8	60,2	135,0	3,447	252832	2,96	0,450	1,400	0,855	0,857
496,2	1934,6	60,0	116,0	3,622	251777	2,97	0,525	1,010	0,883	0,879
597,8	1935,8	60,3	125,9	3,530	253030	2,95	0,486	1,196	0,863	0,868
397,4	1937,8	59,9	105,9	3,662	251792	2,97	0,575	0,812	0,896	0,894
298,2	1933,8	60,2	95,8	3,685	252616	2,96	0,639	0,610	0,915	0,912
646,9	1937,2	60,0	130,4	3,442	252289	2,97	0,466	1,305	0,861	0,862
197,9	1938,6	59,8	84,3	3,802	251658	2,98	0,722	0,407	0,933	0,934
197,6	1594,1	87,7	111,9	3,815	298332	2,01	0,781	0,292	0,953	0,950
297,5	1594,5	87,9	123,3	3,705	299219	2,01	0,711	0,431	0,926	0,933
396,9	1594,4	87,9	134,1	3,645	299236	2,01	0,649	0,582	0,911	0,918
498,3	1595,5	88,1	145,0	3,605	300014	2,00	0,597	0,737	0,900	0,905
596,8	1594,8	88,4	155,4	3,575	301251	1,99	0,557	0,879	0,894	0,895
147,7	1593,0	87,7	106,1	3,847	298394	2,01	0,825	0,219	0,961	0,960
98,6	1593,1	87,7	100,2	3,870	298381	2,01	0,875	0,146	0,967	0,972
49,1	1591,2	87,4	93,8	3,925	297045	2,02	0,929	0,077	0,980	0,984
597,3	2321,7	60,0	117,9	3,557	302231	2,97	0,517	1,045	0,889	0,886
696,5	2318,6	60,2	126,3	3,502	302620	2,96	0,483	1,211	0,876	0,877
496,1	2325,2	60,0	108,1	3,595	302482	2,97	0,557	0,879	0,898	0,896
396,2	2324,7	59,8	100,1	3,660	301700	2,98	0,608	0,702	0,915	0,908
198,0	2324,2	59,7	81,1	3,767	301109	2,98	0,750	0,350	0,942	0,943
298,6	2323,5	59,9	91,2	3,687	302074	2,97	0,668	0,532	0,927	0,923
647,2	2320,5	60,2	122,2	3,460	302819	2,96	0,500	1,125	0,881	0,882

(a) Evolution de  $\frac{f_H}{f_{iso}}$  en fonction de  $\frac{\mu_p}{\mu_b}$

Les graphiques 3 à 15 présentent l'ensemble des résultats de mesures en coordonnées logarithmiques. Ils ont été groupés suivant une valeur constante du nombre de Prandtl (Figs. 3–7) et du nombre de Reynolds (Figs. 8–15) conformément à la méthode expérimentale utilisée. L'analyse de ces courbes conduit à faire deux constatations importantes:

—Il apparaît tout d'abord d'une manière évidente

que le nombre de Reynolds a une influence sensible sur le rapport des coefficients de frottement, confirmant ainsi la tendance déjà exprimée par quelques expérimentateurs, mais cette influence dépend essentiellement du niveau de puissance thermique dégagée dans la paroi. Il en résulte que la décroissance de  $f_H/f_{iso}$  à Reynolds donné n'est pas constante mais s'intensifie avec la diminution de  $\mu_p/\mu_b$ ; cet effet de courbure est d'autant plus important que le nombre de Reynolds est petit et s'atténue considérablement pour disparaître aux grandes valeurs de celui-ci.

— Par contre, le nombre de Prandtl pour des valeurs comprises entre 2 et 6 n'a pas d'influence mesurable.

Nous avons, par ailleurs, calculé le rapport  $f_H/f_{iso}$  à partir de la corrélation proposée par R. Ricque et R. Siboul qui est la plus représentative que nous connaissions en utilisant nos données expérimentales et celles de R. W. Allen. L'évolution du rapport

calculé en fonction du rapport expérimental pour chaque étude (Figs. 16 et 17 montre que cette corrélation dont l'exposant ne prend pas en compte l'influence de la viscosité, conduit à un écart systématique pouvant atteindre 7–8 pour cent aux faibles nombres de Reynolds. Ce résultat confirme les constatations précédentes et nous permet d'affirmer que l'exposant  $n$  est à la fois une fonction du nombre de Reynolds et du rapport des viscosités :

$$n = F\left(Re, \frac{\mu_p}{\mu_b}\right).$$

On a reporté sur la Fig. 18, l'évolution de cette fonction obtenue à partir des résultats présentés sur les Figs. 8–15 pour les valeurs extrêmes et une valeur intermédiaire du rapport  $\mu_p/\mu_b$ . On constate que l'erreur commise sur  $n$  en ne tenant pas compte de l'influence de la viscosité augmente au fur et à mesure que le nombre de Reynolds diminue passant de 0 pour  $Re = 17.10^4$  à 60 pour cent pour  $Re = 5.10^4$  et à 100 pour cent pour  $Re = 2.10^4$ . On remarquera que la valeur constante  $n = 0,25$  employée par de nombreux

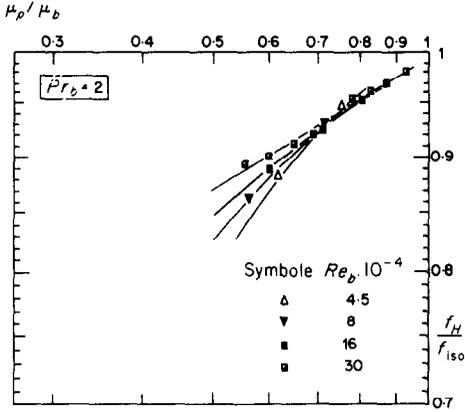


FIG. 3.

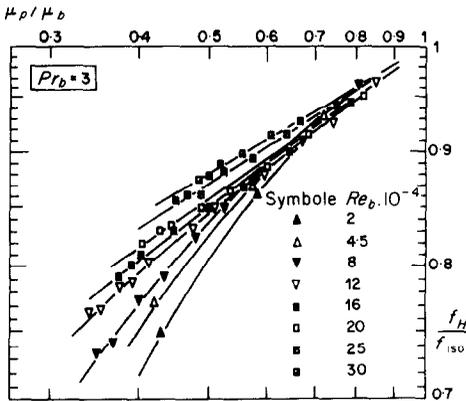


FIG. 4.

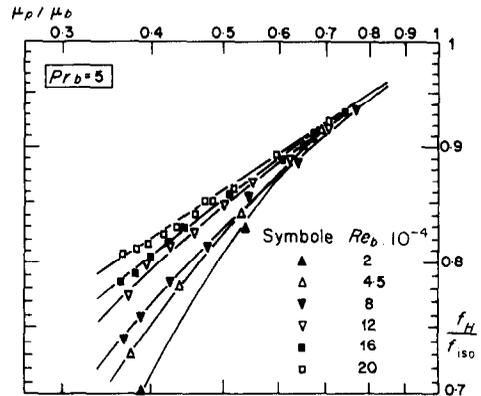


FIG. 6.

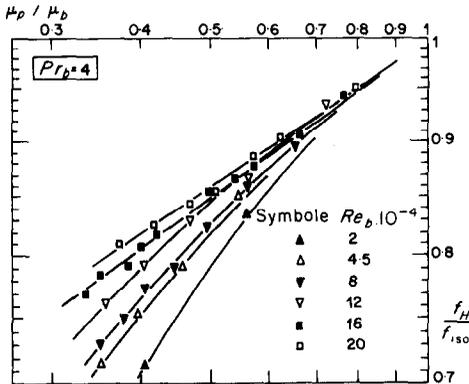


FIG. 5.

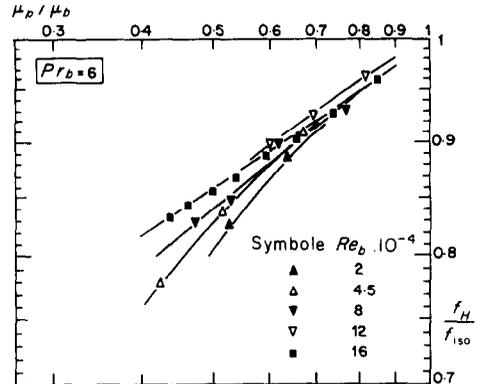


FIG. 7.

FIGS. 3–7. Influence du rapport des viscosités  $\mu_p/\mu_b$  sur le rapport des coefficients de frottement  $f_H/f_{iso}$ . Effet du nombre de Reynolds.

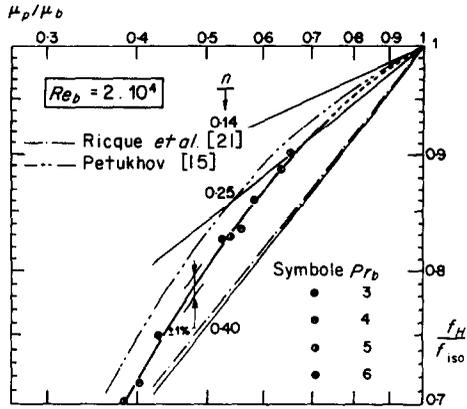


FIG. 8.

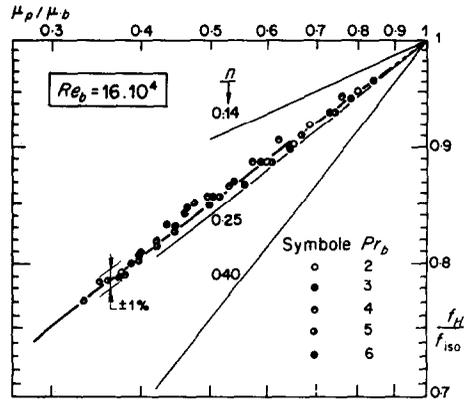


FIG. 12.

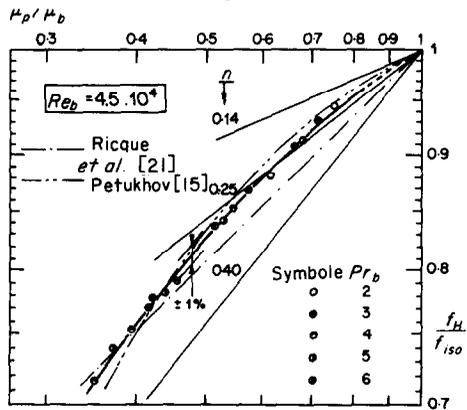


FIG. 9.

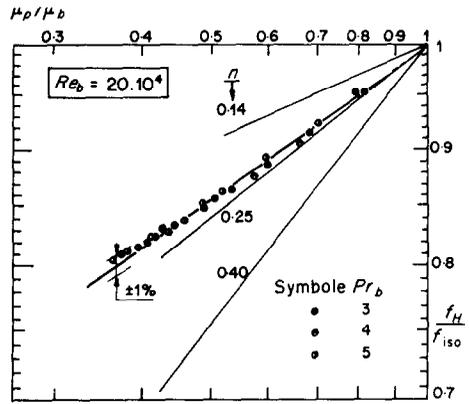


FIG. 13.

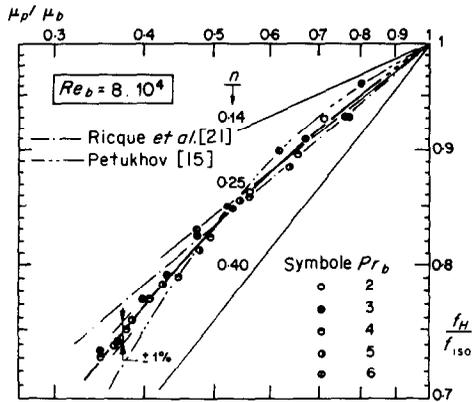


FIG. 10.

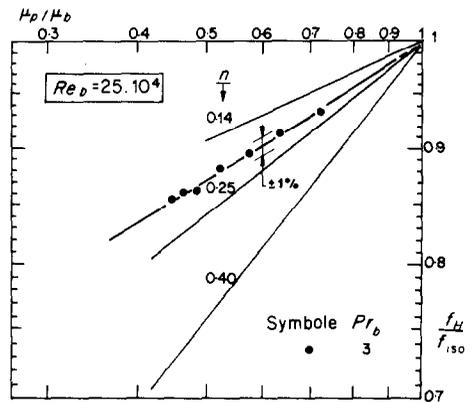


FIG. 14.

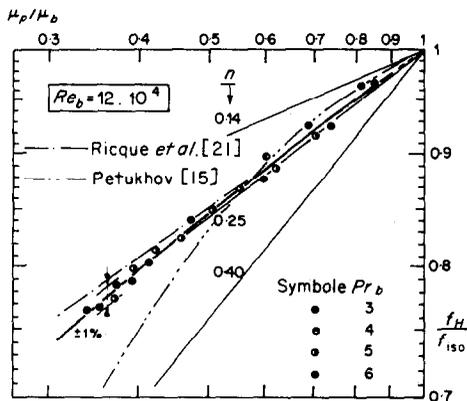


FIG. 11.

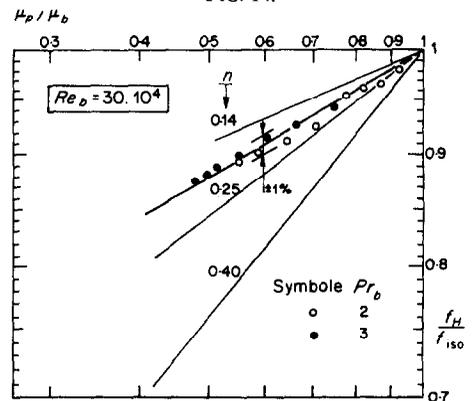


FIG. 15.

FIGS. 8-15. Influence du rapport des viscosités  $\mu_p/\mu_b$  sur le coefficient de frottement  $f_H/f_{iso}$ . Effet de nombre de Prandtl.

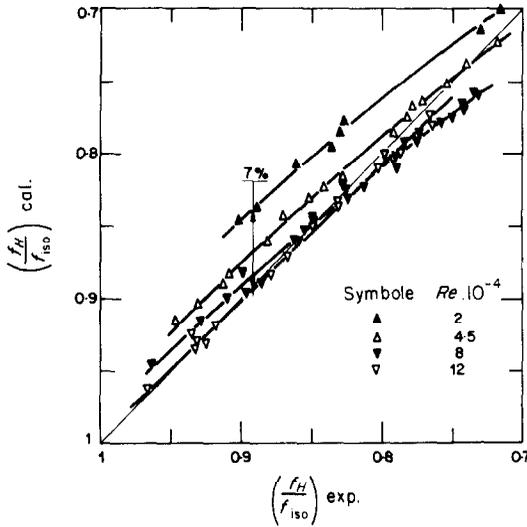


FIG. 16. Comparaison entre la valeur expérimentale du rapport  $f_H/f_{iso}$  et sa valeur calculée avec la corrélation de Ricque [21];  $Re \cdot 10^{-4} = 2-12$ .

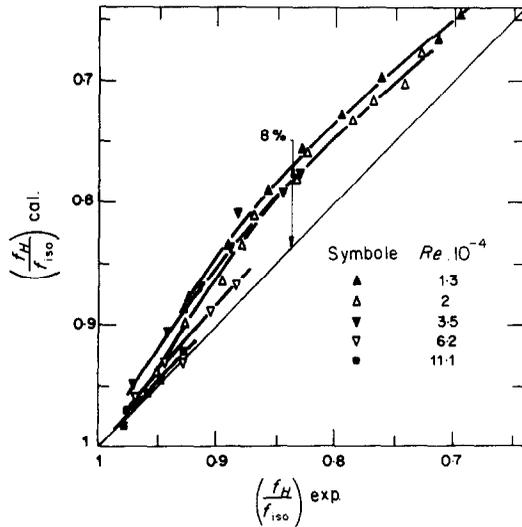


FIG. 17. Comparaison entre les valeurs mesurées par Allen [16] et les valeurs calculées avec la corrélation de Ricque [21];  $Re \cdot 10^{-4} = 1,3-11,1$ .

expérimentateurs comme valeur moyenne n'est rigoureuse que pour  $\mu_p/\mu_b$  voisin de 0,65; pour des rapports inférieurs à cette valeur l'approximation entraîne une erreur par excès sur le rapport  $\mu_p/\mu_b$  atteignant 20 pour cent lorsque  $\mu_p/\mu_b = 0,32$  et  $Re = 2 \cdot 10^4$ ; cette erreur diminue et change de signe lorsque le nombre de Reynolds augmente ou que le rapport  $\mu_p/\mu_b$  tend vers 1.

En définitif, ces résultats importants permettent d'exprimer les premières conclusions suivantes:

1. Tout d'abord, une représentation de la forme

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \left( \frac{\mu_p}{\mu_b} \right)^n$$

où  $n$  est défini par une constante n'est pas une solution physique satisfaisante; il s'agit d'une approximation commode mais dangereuse car valable seulement pour un domaine expérimental

$$\left[ Re, \frac{\mu_p}{\mu_b} \right]$$

beaucoup trop restreint, c'est-à-dire pour des écarts de température paroi-fluide très petits et une gamme de Reynolds la plus réduite que possible. On ne peut donc espérer élargir le domaine d'application d'une telle corrélation par la détermination d'une seule valeur optimum constante de l'exposant  $n$  sans en augmenter considérablement la dispersion.

2. En second lieu, le fait que le rapport  $\mu_p/\mu_b$  soit nécessairement, avec le nombre de Reynolds, une variable de  $n$  nous montre que ce paramètre évalué dans les conditions de température existantes aux extrémités de la sous-couche laminaire, est incomplet pour traduire, à Reynolds donné, l'influence de la variation de la viscosité avec la température sur l'évolution du coefficient de frottement. En conséquence, il semble que les possibilités d'améliorer toute corrélation permettant de prévoir cette évolution dans un domaine expérimental le plus large possible se situe dans la recherche d'une fonction de la viscosité traduisant au mieux cette influence.

(b) Recherche d'un paramètre fonction de la viscosité

Considérons le développement en série de la fonction inverse de la viscosité dynamique de l'eau  $1/\mu = f(T)$  au voisinage de la température moyenne de liquide  $T = T_b$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_b} + f'(T)_{T_b}(T - T_b) + f''(T)_{T_b} \frac{(T - T_b)^2}{2!} + \dots$$

On peut simplifier l'écriture de cette fonction tout en conservant la non linéarité de son évolution avec la température, en approximant la dérivée première par une fonction linéaire:

$$f'(T) = \frac{d}{dT} \left( \frac{1}{\mu} \right) = a + bT.$$

$a$  et  $b$  étant des constantes caractéristiques d'un intervalle de température donné.

Dans ces conditions, le développement ci-dessus prend la forme suivante:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_b} + \left[ a + b \left( \frac{T + T_b}{2} \right) \right] (T - T_b).$$

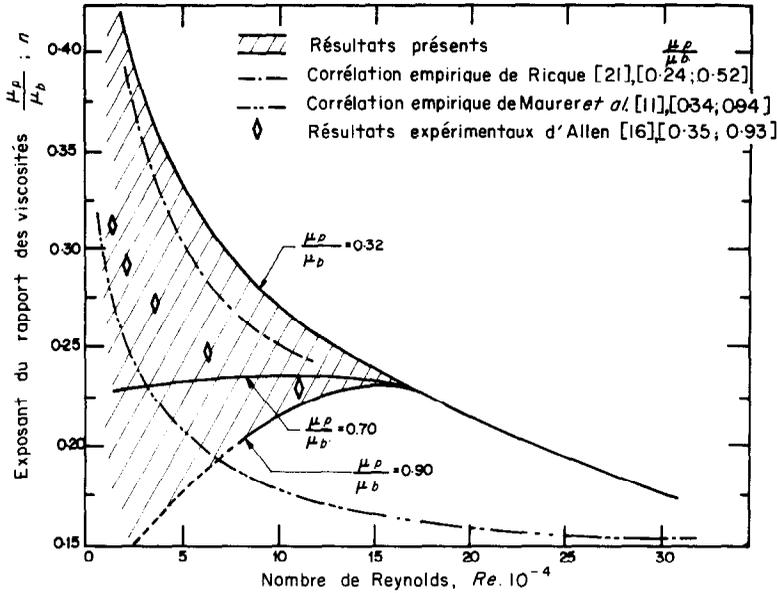


FIG. 18. Influence du nombre de Reynolds et du rapport des viscosités  $\mu_p/\mu_b$  sur l'exposant  $n$ .

On définit ainsi un coefficient de variation de la viscosité avec la température  $\gamma(T)$  tel que :

$$\gamma(T) = a + b \left( \frac{T + T_b}{2} \right)$$

Si on considère maintenant la variation totale de température dans l'épaisseur de la sous-couche visqueuse, la viscosité à la paroi s'écrira :

$$\frac{1}{\mu_p} = \frac{1}{\mu_b} + \gamma_F(T_p - T_b)$$

avec

$$\gamma_F = \gamma_{T_F} = \gamma \left( \frac{T_p + T_b}{2} \right)$$

ou encore

$$\frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 = \gamma_F \mu_b (T_p - T_b). \tag{3}$$

L'écart de température paroi-fluide caractérise le transfert de chaleur entre la paroi et le réfrigérant; il est donné par la relation :

$$T_p - T_b = \frac{\phi}{h} = \frac{\phi D}{k Nu}$$

Pour tenir compte de l'influence de la variation de la viscosité avec la température sur le transfert de chaleur, on écrit, conformément aux résultats empiriques les plus connus, le nombre de Nusselt sous la forme :

$$Nu = Nu_{C.P.} \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^m \tag{4}$$

$Nu_{C.P.}$  traduit l'échange de chaleur en supposant les propriétés physiques du fluide indépendantes de la température.  $m$  est un exposant que l'on supposera constant malgré une influence possible du nombre de Reynolds comme le montrent quelques résultats expérimentaux [16, 22]; mais il s'agit d'une influence plus faible que celle qui affecte l'exposant  $n$ .

Cela étant, il est alors possible d'écrire la relation (3) sous la forme :

$$\left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^m = \frac{\gamma_F \mu_b \phi D}{k_b Nu_{C.P.}} \tag{5}$$

Le paramètre

$$\frac{\gamma \mu \phi D}{k}$$

est un nombre adimensionnel utilisé par K. T. Yang [23] puis par P. Vernier [24] pour caractériser les échanges thermiques en écoulement laminaire avec propriétés physiques variables. Il relie le flux de chaleur imposé à la paroi et la variation de la viscosité avec la température.

Ainsi, la relation (5) nous montre que lorsque les nombres de Reynolds et de Prandtl sont maintenus constants dans une section donnée du canal, la quantité :

$$\left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^m$$

est sensiblement proportionnelle au flux de chaleur transmis au fluide. Cette fonction, dans laquelle  $m$  est donnée par l'expérience, a été retenue pour prendre en

compte l'effet de flux et traduire l'influence de la variation de la viscosité avec la température sur le coefficient de frottement.

La détermination de l'exposant  $m$  s'effectue à partir de la relation (5) en appliquant une méthode numérique d'optimisation par les moindres carrés sur chaque série de points regroupés autour d'une valeur constante du nombre de Reynolds; on remarque d'après les résultats de ce calcul (Tableau 3) que l'influence de ce nombre sur  $m$  n'est pas sensible; l'écart par rapport à la moyenne, constatée sur les 2 dernières valeurs est lié essentiellement à l'insuffisance du nombre de points expérimentaux, rendant la méthode d'optimisation employée imprécise.

La valeur moyenne  $m = 0,17$  paraît bien représenter la majorité de nos résultats; elle est en accord avec les travaux théoriques publiés par P. Shlykov et A. D. Leongardt [25], qui, avec certaines hypothèses sur le coefficient de diffusivité turbulente, propose une solution analytique pouvant être approximée par une loi de puissance de la forme:

$$\frac{Nu}{Nu_{C.P.}} = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,16}$$

Elle est également compatible avec la moyenne des valeurs empiriques obtenues par divers expérimentateurs comme en témoigne le Tableau 4 ci-dessous: Finalement, le paramètre caractérisant l'influence de la variation de la viscosité avec la température sur l'évolution du coefficient de frottement sera représenté par la fonction:

$$X = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,17}$$

(c) Evolution de  $\frac{f_H}{f_{iso}}$  en fonction de  $X$

La figure 19 montre en coordonnées semi-logarithmiques l'évolution du rapport  $f_H/f_{iso}$  en fonction de la

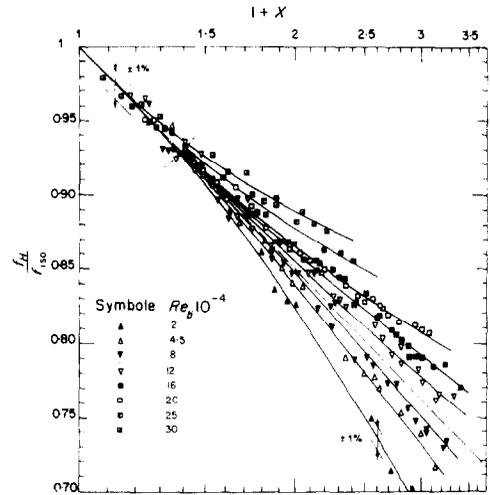


FIG. 19. Evolution du rapport des coefficients de frottement  $f_H/f_{iso}$  en fonction du paramètre  $X$ . Effet du nombre de Reynolds.

quantité  $(1 + X)$ . Les points groupés suivant une valeur constante du nombre de Reynolds présentent une dispersion très faible permettant d'approximer avec une bonne précision la position d'une courbe moyenne. L'ensemble de celle-ci forme un réseau de courbes affines à une courbe de base dans un rapport d'affinité variable  $K(X, Re)$  tel que:

$$K(X, Re) = (1 + X)^{F(Re)}$$

la courbe de base choisie étant la droite d'équation:

$$1 - 0,5 \log(1 + X) \quad (\text{logarithme décimal}).$$

Dans ces conditions, l'évolution du rapport des coefficients de frottement s'exprime par la relation empirique suivante:

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = 1 - 0,5(1 + X)^{F(Re)} \log(1 + X)$$

Tableau 3

$Re \cdot 10^{-4}$	2	4,5	8	12	16	20	25	30
$m$	0,174	0,176	0,169	0,167	0,178	0,157	0,214	0,223

Tableau 4

Auteurs	Malina [22]	Allen [16]	Kreith et Summerfield [3]	Petukhov [15]	Sieder et Tate [4] Ricque et Siboul [21]	Mikheev [13]	Colburn [18]
$m$	0,05	0,08	0,10	0,11	0,14	0,25	0,46

dans laquelle la fonction du nombre de Reynolds représentée sur la Fig. 20 s'écrit sous la forme:

$$F(Re) = 0,17 - 2 \cdot 10^{-6} Re + \frac{1800}{Re}$$

*Précision et discussion des résultats*

Nous avons comparé sur la Fig. 21 la valeur du rapport  $f_H/f_{iso}$  calculée par la relation ci-dessus avec la valeur mesurée. La distribution des points expérimentaux est symétrique autour de la diagonale de pente 1 avec une dispersion caractérisée par un écart type  $\sigma = \pm 0,7$  pour cent, 98 pour cent des points étant contenus dans l'intervalle  $2\sigma = \pm 1,4$  pour cent.

On peut donc considérer que la relation empirique proposée traduit l'ensemble de nos mesures avec une incertitude maximum de l'ordre de  $\pm 1,5$  pour cent.

On remarquera qu'ayant volontairement négligé de prendre en compte la variation de la conductibilité thermique de l'eau avec la température, celle-ci étant rappelons le de 11,5 pour cent dans l'intervalle 25-90°C, on puisse diminuer cette dispersion en introduisant une fonction traduisant cette variation; cependant, il s'agit d'un gain très faible qui ne justifie pas la recherche d'une nouvelle corrélation.

Enfin, pour connaître l'erreur systématique introduite par la relation on a comparé les valeurs calculées de  $f_H/f_{iso}$  à partir des données expérimentales les plus précises que nous avons pu rassembler, aux valeurs mesurées par différents expérimentateurs pour lesquels le domaine expérimental s'insère approximativement dans les limites de la présente étude. On constate sur la Fig. 22 que notre corrélation conduit à une erreur systématique inférieure à 1 pour cent (+0,6 pour cent exactement) et une dispersion maximum des points de  $\pm 3,5$  pour cent par rapport à la droite moyenne. Etant donné la diversité des conditions dans lesquelles sont effectuées les mesures d'un auteur à l'autre et les précautions multiples qu'il est nécessaire de prendre, cette

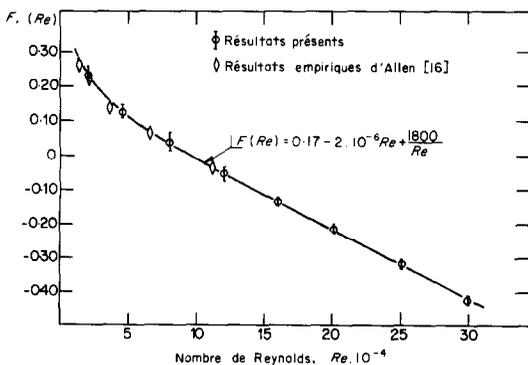


FIG. 20. Influence du nombre de Reynolds dans la corrélation proposée.

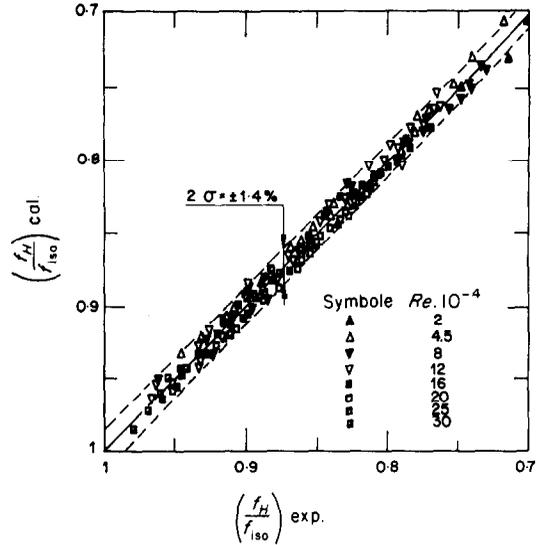


FIG. 21. Comparaison entre les valeurs expérimentales du rapport  $f_H/f_{iso}$  et les valeurs calculées avec la corrélation proposée.

comparaison apparaît satisfaisante et justifie la validité de la corrélation proposée.

**CONCLUSIONS**

On a mesuré le coefficient de frottement d'un écoulement en convection forcée et en régime hydrodynamique établi dans un tube lisse soumis à un flux de chaleur uniforme. L'application d'une méthode expéri-

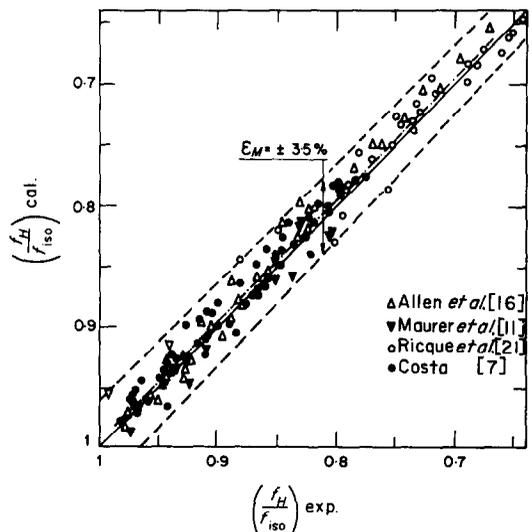


FIG. 22. Comparaison entre les valeurs mesurées du rapport  $f_H/f_{iso}$  par différents expérimentateurs et les valeurs calculées avec la corrélation proposée.

mentale particulière a permis d'isoler l'influence de la variation de la viscosité avec la température des autres paramètres adimensionnels tels que le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl. Les résultats suivants ont été obtenus dans un domaine expérimental assez large :

Tout d'abord le rapport des coefficients de frottement

$$\frac{f_H}{f_{iso}}$$

dépend essentiellement du nombre de Reynolds  $Re$  et du rapport des viscosités  $\mu_b/\mu_p$ . Le nombre de Prandtl pour des valeurs comprises entre 2 et 6 n'a pas d'influence mesurable.

L'exposant  $n$  dans la relation généralement utilisée

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = \left( \frac{\mu_p}{\mu_b} \right)^n$$

n'est pas une constante mais une fonction du nombre de Reynolds et du rapport des viscosités lui-même. La présence de ce dernier paramètre dans l'exposant témoigne de l'insuffisance de ce simple rapport à prendre en compte l'influence de la variation de la viscosité avec la température dans la sous-couche visqueuse.

Aussi, avons nous cherché un paramètre physique plus représentatif qui nous a conduit à définir une fonction de la viscosité traduisant directement l'influence du flux thermique imposé à la paroi :

$$X = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,17}$$

L'emploi de ce paramètre pour corrélérer l'évolution du rapport des coefficients de frottement nous permet de proposer la loi empirique suivante :

$$\frac{f_H}{f_{iso}} = 1 - 0,5(1 + X)^{F(Re)} \log(1 + X)$$

dans laquelle :

$$F(Re) = 0,17 - 2,10^{-6} Re + \frac{1800}{Re}$$

Cette expression reproduit l'ensemble de nos mesures avec une incertitude caractérisée par un écart type  $\sigma = \pm 0,7$  pour cent, 98 pour cent des points étant contenus dans l'intervalle  $2\sigma = \pm 1,4$  pour cent. La comparaison avec les mesures effectuées par d'autres expérimentateurs indique une dispersion maximum sur les valeurs calculées de  $\pm 3,5$  pour cent, l'erreur systématique étant inférieure à 1 pour cent.

*Remerciements*—Je remercie Monsieur Maisonnier pour l'attention particulière apportée dans la réalisation de toutes les mesures, ainsi que Monsieur Gaillard dont le travail effectué pour la mise au point du programme de calcul a permis d'établir cette corrélation.

## REFERENCES

1. R. G. Deissler, *Turbulent Flows and Heat Transfer*, edited by C. C. Lin. Princeton Univ. Press (1959).
2. B. S. Petukhov et V. N. Popov, Theoretical calculation of heat exchange and frictional resistance in turbulent flow in tubes of an incompressible fluid with variable physical properties, *High Temperature* 1(1), 69–83 (1963).
3. F. J. Kreith et M. J. Summerfield, Heat transfer to water at high flux densities with and without surface boiling, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* 71, 805 (1949).
4. E. N. Sieder et G. E. Tate, Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes, *Ind. Engng Chem.* 28(12), 1429–1435 (1936).
5. B. S. Petukhov et G. F. Muchnik, On the problem of the hydraulic resistance in turbulent nonisothermal flow of liquids in tubes, *Sov. Phys.-Tech. Phys.* 27(5), 1095–1097 (1957).
6. A. Eagle et R. M. Fergusson, The coefficients of heat transfer from tube to water, *Proc. Inst. Mech. Engrs. Lond.* 2 (1930).
7. J. Costa, Mesure du coefficient de frottement en écoulement turbulent, simple phase avec transfert de chaleur dans un canal rectangulaire, note CEA-N-1142 (1969).
8. T. Dormer et A. E. Bergles, Pressure drop with surface boiling in small diameter tubes, M.I.T. report 8767-31.
9. W. L. Owens et V. E. Schrock, Local pressure gradients for subcooled boiling of water in vertical tubes, ASME, WA 249 (1960).
10. W. M. Rohsenow et J. A. Clark, Heat transfer and pressure drop data at high heat flux densities to water at high subcritical pressure, Proceedings of Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford, California, pp. 193–208 (1951).
11. G. W. Maurer et B. W. Letourneau, Friction factors for fully developed turbulent flow in ducts with and without heat transfer, *J. Basic Engng* 627–636 (1964).
12. B. Pinke, A summary of NACA Research on heat transfer and friction for air flowing through tube with large temperature difference, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* 76, 305 (1954).
13. M. A. Mikheev, *Principles of Heat Transfer*. Gosenergoizdat, Moscow (1956).
14. A. A. Zhukauskas et A. B. Ambrazyavichyus, Heat transfer of a plate in a liquid flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 3, 305–309 (1961).
15. B. S. Petukhov, Heat transfer and friction in turbulent pipe flow with variable physical properties, *Advances in Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 503–564. Academic Press, New York (1970).
16. R. W. Allen et E. R. G. Eckert, Friction and heat transfer measurements to turbulent pipe flow of water at uniform wall heat flux, *J. Heat Transfer* 86, 301–310 (1964).
17. C. Bord, Convection forcée de la chaleur en régime d'écoulement turbulent dans des tubes de section circulaire, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* 268A, 470–472 (1969).
18. A. P. Colburn, A method of correlating forced convection heat transfer data and a comparison with fluid friction, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs* 29, 174–209 (1933).
19. R. G. Deissler et C. S. Eian, Analytical and experimental investigation of fully developed turbulent flow of air in a smooth tube with heat transfer with variable fluid properties, NACA TN 2629 (1952).
20. D. F. Dipprey et R. H. Sabersky, Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various Prandtl numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer* 6, 329–353 (1963).

21. R. Ricque et R. Siboul, Etude expérimentale de l'échange thermique à flux élevé avec l'eau en convection forcée à grande vitesse dans des tubes de petit diamètre, avec et sans ébullition, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 579–592 (1972).
22. J. A. Malina et E. M. Sparrow, Variable property, constant property, and entrance-region heat transfer results for turbulent flow of water and oil in a circular tube, *Chem. Engng Sci.* **19**, 953–962 (1964).
23. K. T. Yang, Laminar forced convection of liquids in tubes with variable viscosity, *ASME WA* 166 (1961).
24. P. Vernier, Le problème des propriétés physiques variables pour un écoulement monophasique dans un canal chauffant prismatique vertical, *Int. J. Heat Mass Transfer* **13**, 1199–1214 (1970).
25. Yu. P. Shlykov et A. D. Leongardt, Heat transfer in turbulent flow of liquids with variable viscosity, *High Temperature* **6**(3), 447–452 (1968).

#### THE INFLUENCE OF VISCOSITY VARIATION ON SKIN FRICTION WITH HEAT TRANSFER IN FULLY DEVELOPED TURBULENT FLOW

**Abstract**—Experimental research about measurement of local friction pressure drop in fully developed turbulent flow of water in a smooth and uniformly heated circular tube has been investigated.

The effect of variable viscosity with temperature in the laminar boundary layer is isolated by varying the heat flux at constant values of the local bulk Reynolds and Prandtl numbers. This severe method shows that the usual dependence of friction ratio  $f_H/f_{iso}$  on viscosity ratio  $\mu_p/\mu_b$  is more complex than the simple power law appearing in the familiar empirical results. It has been found that the exponent is a complicated function of Reynolds number and the viscosity ratio and is independent of the Prandtl number in our experimental range.

We propose a new relationship for the friction coefficient ratio in which the viscosity ratio is changed by the more accurate parameter:

$$X = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0.17}$$

which is directly proportional to the heat flux when the Reynolds and the Prandtl numbers are fixed. The dispersion is characterised by a standard deviation  $\sigma = \pm 0.7\%$ , 98% of the points are within  $2\sigma = \pm 1.4\%$ . The agreement between prediction and the previously existing results can be considered satisfactory for Reynolds number from  $2 \times 10^4$  to  $30 \times 10^4$  and Prandtl number from 2 to 6.

#### EINWIRKUNG DER TEMPERATURBEDINGTEN VARIATION DER VISKOSITÄT AUF DIE REIBUNG MIT WÄRMEÜBERTRAGUNG IM TURBULENTEN BEHARRUNGSZUSTAND

**Zusammenfassung**—Es werden die empirisch gewonnenen Erkenntnisse bezüglich der Einwirkung der Variation der physikalischen Eigenschaften eines monophasischen Fluides in Turbulenzströmung auf die Übertragung der Bewegungsgröße im einzelnen untersucht. Nachdem wir die gegenwärtig bekannten Korrelationen als unzureichend erkannt und die Gründe für ihre Vielfältigkeit aufgezeigt haben, bieten wir eine experimentale Studie über die Messung des Reibungskoeffizienten einer Wasserströmung im turbulenten Beharrungszustand im Innern eines glatten Rohres, das eine gleichmässige Wärmeleistung abgibt.

Hauptsächlich mit dem Ziel, den Einfluss der temperaturabhängigen Variation der Viskosität auf das Durchdringen der Wandgrenzschicht, bei für die Wand vorgegebenem Wärmefluss, zurückzuführen, sind die Prandtl- und Reynolds-zahlen in einem Messabschnitt, der  $52D$  vom Kanaleingang entfernt liegt, konstant gehalten worden.

Dieser rigorose methodische Vorgang führt dazu, die Entwicklung des Verhältnisses der Reibungskoeffizienten  $f_H/f_{iso}$  in Abhängigkeit von einer Hauptvariablen, die den Strömungseinfluss charakterisiert:

$$X = \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0.17}$$

und von der Reynolds-Zahl auszudrücken. Die Streuung der experimentalen Punkte im Vergleich zu den gemessenen Werten mit der vorgeschlagenen Korrelation ist gering: sie wird definiert durch den typischen Abstand  $\sigma = \pm 0.7\%$  da 98% der Punkte im Intervalle  $2\sigma = \pm 1.4\%$  enthalten sind. Einen zufriedenstellenden Vergleich zwischen errechneten Werten und gemessenen Werten erhält man, indem man von den experimentalen Daten ausgeht, die einige Verfasser angegeben haben.

### ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ВЯЗКОСТИ НА ТРЕНИЕ С ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

**Аннотация** — Мы проводим подробный анализ полученных эмпирических познаний, касающихся влияния изменения физических свойств однофазной жидкости при турбулентном течении на перенос количества движения. Выявив недостаточность существующих корреляций и причины их разнообразия, мы излагаем экспериментальное исследование по измерению коэффициента трения течения воды при турбулентном установившемся режиме в гладкой трубе, выделяющей равномерный поток тепла.

Для того, чтобы главным образом установить связь между влиянием температурного изменения вязкости при прохождении пристеночного пограничного слоя и потоком тепла налагаемого стене, числа Прандтля и Рейнольдса поддерживаются постоянными в измерительном сечении, находящемся на расстоянии  $52D$  от входа канала.

Этот строгий операционный метод ведет к выражению изменения отношения коэффициентов трения  $f_{II}/f_{ISO}$  в зависимости от главной характерной переменной влияния потока:

$X = \left(\frac{\mu_b}{\mu_p} - 1\right) \left(\frac{\mu_b}{\mu_p}\right)^{0.17}$  и от числа Рейнольдса. Разброс экспериментальных точек по отношению

к значениям, вычисленным по предложенной корреляции, слаб: он определен стандартным отклонением  $\sigma = \pm 0,7\%$ , причем 98% точек находятся в интервале  $2\sigma = \pm 1,4\%$ . Исходя из экспериментальных данных нескольких авторов, получено удовлетворительное сравнение вычисленных и измеренных величин.